ったゲージの自由度が“生きて”くるのが特徴である。この自由度をヒッグス場にしようという試みも有るが，これらの応用先は，(Ⅱ)の不定性の問題とも絡んで将来のこの分野の中心課題となると思われる。

詳しくは，

K. Harada and I. Tsutsui

A. Consistent Gauss Law in Anomalous Gauge Theories, Prog. Theor. Phys. **78** (1987) 675.

及びその中にある参考文献を御覧ください。

時間に依存した粒子描像に於ける量子ホロノミーとゲージ不変な量子化

筑波大・物理学系　　伊藤　敏晴，尾高　一彦

要　旨

時間に依存したゲージ場中でのフェルミオンの散乱問題を粒子描像（生成，消滅演算子及びFock空間）の時間発展を追うことによって定式化し，ゲージ異常の出現の仕方及びゲージ異常のない量子化の可能性について，フェルミオンのコーヒーレント状態を用いた径路積分を基に議論した。

Refs.

K. Odaka and T. Itoh, UTHEP-170.

T. Itoh and K. Odaka, UTHEP-173.

Elecroweak Theory における古典解

九大・理　藤井　一幸，大槻　昭一郎

近大，九州工　豊田　文彦

§1　始めに

宇宙におけるバリオン数非対称が，弱電相互作用の異常バリオン数非保存相互作用で支配されており，その時弱電理論の古典解（sphaleron）が重要な役割を演じているという考え方が提唱されている[1]。ここでは弱電理論におけるいくつかの古典解（sphaleron, monopoium）についてそのトポロジー的性質を調べることにする。

§2 Weinberg-Salam 理論の古典解

弱電相互作用の標準理論としての Weinberg-Salam 理論のラグランジアンは荷電二重項ヒッグス場Φをもち，次のようになる。

$$L = L_\Phi + L_A + L_B$$

$$L_\Phi = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi)$$

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{ig}{2} A_\mu - \frac{ig'}{2} B_\mu, \quad A_\mu = \tau^a A_\mu^a \qquad (a = 1, 2, 3)$$

$$V(\Phi) = \lambda \left(\Phi^\dagger \Phi - \frac{m^2}{2\lambda} \right)^2, \quad \Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$$

$$L_A = -\frac{1}{8} \mathrm{Tr}\, F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad L_B = -\frac{1}{4} f_{\mu\nu} f^{\mu\nu}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - \frac{ig}{2} [A_\mu, A_\nu]$$

$$f_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

古典解の満たす条件（$r \to \infty$で）

$$V(\Phi) = 0$$

$$D_\mu \Phi = 0$$

より $[D_\mu D_\nu]\Phi \propto F_{\mu\nu} \Phi = 0$

となり，これより

$$F_{\mu\nu}^a = 0 \quad \left(\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \right)$$ を得る。

これは荷電ベクトルヒッグス場をもつ 't Hooft-Polyakov monopoleとの違いである。

(i) 軸対称解

Φに対し次の仮説をおく。[2]

$$\Phi \sim \begin{pmatrix} \cos \dfrac{\theta}{2} \\ \\ \sin \dfrac{\theta}{2}\, e^{i\phi} \end{pmatrix}$$

この時ゲージ場は $D_\mu \Phi = 0$ より

$$A_i^a = \frac{1}{g} \{ \varepsilon^{aij} x^j / r^2 - \varepsilon^{ij3} x^a x^j / r(r + z) \}$$

となる。但し $A_0^a = 0$ とする。これより $F_{\mu\nu}^a = 0$ となっており条件を満す。A_i^a の形から見ると，'t Hooft-Polyakov型 monopole とDirac型 monopoleが打ち消し合って $F_{\mu\nu}^a = 0$ を実現しているように見える。

(ii) 球対称解

Φに対し次の仮説をおく[3]。

$$\Phi \sim \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta\, e^{i\phi} \end{pmatrix}$$

この時ゲージ場は

$$A_i^a = \frac{2}{g}\{\varepsilon^{aij} x^j / r^2\} \qquad (A_0^a = 0)$$

となり，やはり $F_{\mu\nu}^a = 0$ が成り立っている。

§3　軸対称解と球対称解の関係

軸対称解と球対称解にはHopf写像の関係があることを示す。まず次の仮定をおく。

(1)　$g' = 0$　(SU(2)のみを考える)

(2)　$\langle \Phi^\dagger \Phi \rangle = m^2/2\lambda$ ($m^2 \to \infty$,　$\lambda \to \infty$に対応)

この時Higgs場はSU(2)行列を使って書かれ

$$\Phi \sim U(x)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (U^\dagger U = UU^\dagger = 1)\ \text{となり}$$

軸対称解は

$$U = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2}\, e^{i\chi} & -\sin\frac{\theta}{2}\, e^{i(\phi+\chi)} \\ \sin\frac{\theta}{2}\, e^{i(\phi+\chi)} & \cos\frac{\theta}{2}\, e^{-i\chi} \end{pmatrix}$$

で表わされる。ここで $\chi(r)$ に対し境界条件 $\chi(0) = 2\pi$，$\chi(\infty) = 0$ とおくと，UはS^3をカバーすることになり，そのトポロジー数Bは

$$\begin{aligned} B &= -\frac{1}{24\pi^2}\iiint \varepsilon^{abc}\,\mathrm{Tr}(\Sigma_a \Sigma_b \Sigma_c)\, dr\, d\theta\, d\phi \\ &= 1 \qquad\qquad (\Sigma_a = U^\dagger \partial_a U,\ (a, b, c) \to (r, \theta, \phi)) \end{aligned}$$

となる。

Hopf 写像 U (~ S^3) → V (~ S^2) は次のように定義される。

$$
\begin{aligned}
V &= i U \tau_3 U^\dagger \\
&= i \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta\, e^{-i\phi} \\ \sin\theta e^{i\phi} & -\cos\theta \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

ゲージ場についても Hopf 写像を

$$A'_\mu = A_\mu - V A_\mu V^\dagger$$

で定義すると

$$gA'_r = 0$$

$$gA'_\theta = -\frac{2}{r}(-\sin\theta\,\tau_1 + \cos\phi\,\tau_2)$$

$$gA'_\phi = \frac{2}{r}(\cos\theta\cos\phi\,\tau_1 + \cos\theta\sin\phi\,\tau_2 - \sin\theta\,\tau_3)$$

となり，これは球対称解に対応していることがわかる。ちなみにトポロジー数 (Hopf Index) は

$$
\begin{aligned}
H &= \frac{1}{4\pi^2}\iiint \varepsilon^{abc} \varLambda_a \partial_b \varLambda_c \, dr\, d\theta\, d\phi \\
&= 1
\end{aligned}
$$

となる。ただし

$$\varLambda_a = i Z^\dagger \partial_a Z \quad (a = r, \theta, \phi),$$

$$Z = \begin{pmatrix} \cos\dfrac{\theta}{2}\, e^{i\chi} \\ \sin\dfrac{\theta}{2}\, e^{i(\phi+\chi)} \end{pmatrix}$$

である。

r (~ SU(2)/U(1)) は U (~ SU(2)) の Hopf 写像であるから，SU(2)空間での鞍点解になっているであろうことは容易に推測できる。

具体的に解の形を求めるには古典解を数値計算で求めなければならないが，ここでは省略する。

References

1) V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, phys. Lett. **B155** (1985), 36.

2) Y. Nambu, Nucl. Phys. **B130** (1977), 505.

3) R. E. Dashen, B. Hasslacher and A. Neveu, Phys. Rev. **D10** (1974), 4138.

F. R. Klinkhamer and N. S. Manton, Phys. Rev. **D30** (1984), 2212.